

Rosselli

IL PROCESSO DI RAFFREDDAMENTO





Parole chiave

PROPRIETÀ TERMOFISICHE • FORMULAZIONE •
COLAGGIO • SOLIDIFICAZIONE • SOLUZIONE NUMERICA

Summary

Lipsticks: the cooling process

Formulation and solidification of lipstick's bulk must be joint to obtain the best quality and productivity. This article explains the correlations between bulk thermophysical characteristics and industrial automatic casting for lipsticks, through a mathematical approach. Finally, in continuity with Industry 4.0, we set up an engineering numerical solution for calculating the temperature field during the solidification, simulating the process involved.

Riassunto

La formulazione e solidificazione del bulk dei rossetti deve essere unita per ottenere la migliore qualità e produttività. Questo articolo espone le correlazioni fra le caratteristiche termofisiche del bulk e il colaggio automatico dei rossetti attraverso un approccio matematico. Infine, in continuità con Industria 4.0, esprimiamo una soluzione numerica ingegneristica per calcolare il campo di temperatura durante la solidificazione, simulando il processo interessato.

**di ENZO BIRAGHI¹, PIETRO ABBÀ², LORIS VITALONI³,
DAVIDE QUAGGIO⁴, NICOLAS PASQUALI⁵**

¹CEO Anya Cosmetics

²R&D Anya Cosmetics

³QC Anya Cosmetics

⁴Production manager Anya Cosmetics

⁵Industrialization manager Anya Cosmetics

bien@anya.it

La produzione di rossetti implica un complesso di competenze appartenenti a differenti reparti produttivi. La maniera in cui tali conoscenze sono articolate e finalizzate è oggetto stesso di ricerca e sviluppo (1), ma è ormai appurata la competenza collettiva aziendale in quanto spirito realizzato dalla sovrapposizione di sottoinsiemi competenti, fra loro intrecciati, i cui elementi sono le persone. Perciò, la promozione dell'efficacia e dell'efficienza dell'attività è imprescindibile da un approccio multidisciplinare e dalla creazione di aree congiunte, ove ciascuno scava il proprio campo e al contempo passeggia sul terreno del vicino come del distante, sicché sia possibile divenire unica e consapevole causa efficiente del processo.

Rappresentando un qualunque reparto al pari di una cella elementare di un reticolo cristallino, la quale condivide facce con altri insiemi, di siffatte congiunzioni ne esamineremo un aspetto: la trasmissione del calore. Questa scienza applicata, come meglio si enucleerà in seguito, è oggettivata da scelte pratiche degli operatori del colaggio e dei formulatori, i quali ricercano un'ulteriore sincronia con l'ingegneria. Poiché nella dinamica processuale la ricerca e sviluppo della formula viene a collocarsi cronologicamente prima del colaggio bulk, da codesto primo reparto interessato viene formandosi un atteggiamento proattivo, intenzionato alla facilitazione dell'operare di chi segue. Il secondo rivolgimento al miglioramento continuo sarà un

ritorno di problematicità, dunque l'esigenza di rinnovate elaborazioni e risposte.

Si deve procedere dialetticamente, senza poter ripiegare su se stessi: la tesi "io formulo, tu coli" e l'antitesi "io colo, tu formuli" trovano necessaria sintesi in "noi formuliamo, noi coliamo", essendo l'unica maniera in cui l'orizzonte di entrambi è in espansione.

In ambito cosmetico esistono numerose apparecchiature finalizzate al colaggio e raffreddamento del rossetto. Perciò, nella trattazione che segue si troveranno aspetti comuni a tutti i sistemi ingegneristici, affiancati da modalità particolari di problem solving.

Descrizione del problema

Il raffreddamento del bulk di rossetto è un complesso problema di trasmissione del calore. Infatti, si tratta di un campo termico bidimensionale e in regime variabile (2); avviene una conduzione termica multistrato a mezzo di geometrie peculiari dell'ogiva e dello stick ed è, inoltre, implicato un problema di Stefan (3).

La trasmissione di calore è bidimensionale in quanto, considerando lo spazio in coordinate cilindriche (Fig.1), il pezzo in raffreddamento

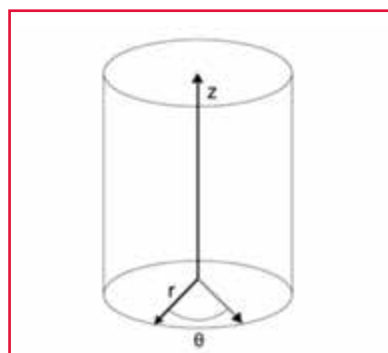


Figura 1 - Coordinate cilindriche

è sottoposto ai seguenti gradienti termici: radiale (r) e assiale (z). Invece non si rileva sperimentalmente, dalle immagini termiche acquisite, l'instaurarsi di un gradiente termico angolare.

Possiamo dunque scrivere:

$$\nabla(T) = \left(\begin{array}{c} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{array} \right) \quad \mathbf{1)}$$

Cioè la temperatura (T) del bulk sottoposto a raffreddamento è massima lungo i punti mediani dell'asse z e in z_2 (altezza del pelo libero del bulk colato in ogiva) particolarmente (considerando, come vedremo, l'apporto di calore per irraggiamento), e minima in r_0 (raggio dello stick) e sui punti dell'area di base (z_1).

È in regime variabile in quanto T_b (temperatura del bulk) e T_s (temperatura dell'ogiva) variano nel tempo e solo T_∞ (temperatura del fluido di raffreddamento) rimane costante (Fig.2).

È un problema di Stefan in quanto prevede una superficie limite (l'interfaccia solido/liquido) in movimento nel tempo e nello spazio, causa il graduale passaggio dallo stato liquido a quello solido (Fig.3). Infatti, il volume di bulk a contatto con lo stampo, essendo la frazione volumica a minor temperatura, inizia a solidificare per primo, sicché il fronte solido (la cui posizione è \hat{r} in direzione radiale e \hat{z} in direzione assiale) propaga verso l'asse z dal raggio esterno con velocità $v_r = \frac{d\hat{r}}{dt}$ e verso z_2 da z_1 con velocità $v_z = \frac{d\hat{z}}{dt}$.

Shock termico

Nella fase di riempimento, la temperatura dell'interfaccia bulk/ogiva, sia sulla superficie di base

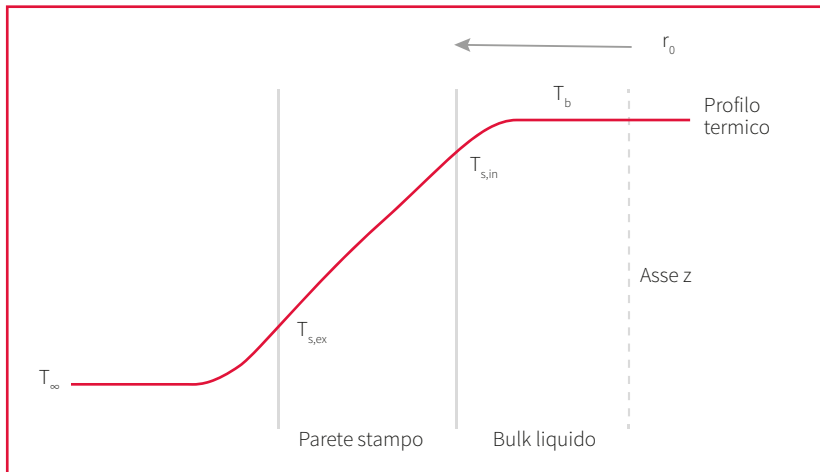


Figura 2 - Schema del profilo termico di temperatura durante il processo di raffreddamento

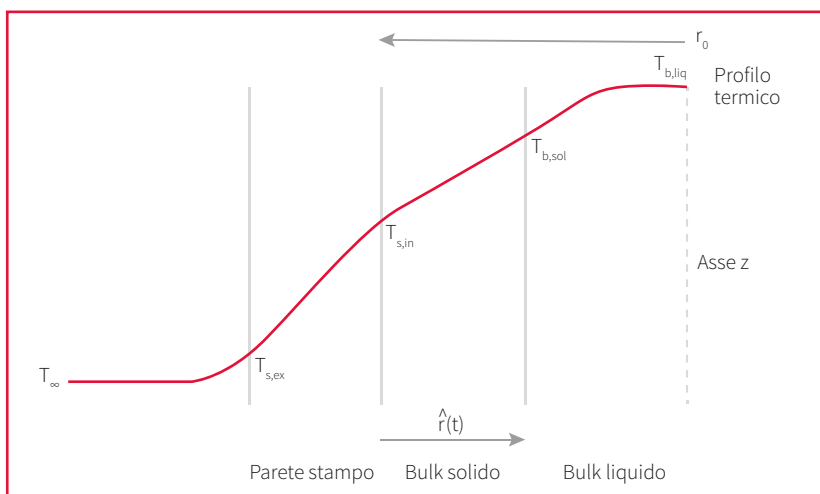


Figura 3 - Schema dell'interfaccia solido-liquido in movimento durante il raffreddamento

che laterale, è calcolabile trattando il contatto fra due corpi semi-infiniti (4):

$$T_{in} = \frac{\sqrt{(K\rho c_p)_s} T_s + T_b \sqrt{(K\rho c_p)_{liq}}}{\sqrt{(K\rho c_p)_s} + \sqrt{(K\rho c_p)_{liq}}} \quad (2)$$

Dove K è la conducibilità termica, c_p è il calore specifico e ρ la densità. La stazione di preriscaldamento ogiva, dove solitamente aria calda viene soffiata sulla superficie interna dello stampo mentre la superficie esterna viene irraggiata, è fondamentale per limitare la difformità nei tempi di raffreddamento dell'intero volume di bulk. Infatti, qualora venisse esprimendosi uno shock termico, avremmo una porzione di bulk più o meno spessa, a contatto con l'ogiva, che raffredderà molto rapidamente, divenendo estremamente rigida; cosicché il volume interno, incontrando una resistenza termica elevata dovuta allo strato di solido già formatosi, raffredderà molto lentamente e sarà più morbido. Così è generato il frazionamento (5), detto in gergo "effetto pralina". L'effetto di variazione dimensionale dei flocculi cerosi in direzione radiale e assiale, cui consegue una differenza di rigidità fra volumi di bulk più esterni e interni, è teoricamente inevitabile.

Infatti (6):

$$G' \sim \xi^{-1} \sim \dot{Q} \quad (3)$$

dove G' è il modulo elastico del bulk, ξ è il diametro medio dei flocculi cerosi e \dot{Q} è la potenza termica trasmessa. Poiché la conducibilità termica del bulk è relativamente scarsa, la resistenza termica del bulk solido non è trascurabile. La resistenza termica del bulk solido rispetto al raggio (7) è:

$$R_r = \frac{\ln \frac{r_0}{r}}{2\pi(z_2 - z)K_{sol}} \quad (4)$$

mentre rispetto all'asse z (7) è:

$$R_z = \frac{z}{K_{sol} A_{b(t)}} \quad (5)$$

$A_{b(t)}$ è l'area di base del fronte solido in propagazione rispetto z nel tempo, da cui si evince che sempre si manifesta una resistenza termica alla trasmissione del calore. Nondimeno, è possibile ridurre il frazionamento finché non diventi sensorialmente impercettibile, preriscaldando lo stampo affinché T_{in} sia nell'ordine di $T_{off,c}$ (temperatura di fine cristallizzazione) della cera con maggiore T_{fus} (temperatura di fusione).

Lo spessore della corona rigida che circonda un volume di bulk morbido nel frazionamento è proporzionale ad α_{sol} (diffusività termica del bulk solido) e allo shock termico ricevuto, mentre la differenza di rigidità è inversamente proporzionale a questo parametro termofisico.

Il cammino di retrazione

Le considerazioni sulla velocità di propagazione del fronte solido giustificano l'aggiunta di calore al bulk per irraggiamento dopo la fase

di colaggio, con il proposito di variare la forma della contrazione volumetrica (**Fig.4**) (**8**).

Di fatto, non è ridotta l'intensità della contrazione di volume, bensì è variata la sua geometria, rendendola tendenzialmente piatta piuttosto che conica.

Il calore adicionato è:

$$Q_{add} = \dot{Q}_{irr} t_{irr} = \rho_{liq} \pi r_0^2 z_{irr} c_{p_{liq}} (T_{irr} - T_{col}) \quad (6)$$

\dot{Q}_{irr} è la potenza termica trasmessa al bulk per irraggiamento, t_{irr} è il tempo di esposizione a tale trattamento termico, z_{irr} è l'altezza di bulk dal pelo libero interessata dall'irraggiamento, T_{irr} è la temperatura cui giunge il bulk a seguito dell'irraggiamento e T_{col} è la temperatura di colaggio. T_{irr} è un valore medio lungo z_{irr} , infatti il campo termico nel tempo su questa lunghezza è calcolabile con esattezza secondo la relazione (**9**):

$$T(z, t) = T_{col} + \frac{\dot{q}_{irr(t)}}{K_{liq}} \sqrt{\frac{4\alpha_{liq}t}{\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha_{liq}t}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_{liq}t}}\right) \quad (7)$$

$\dot{Q}_{irr(t)}$ è il flusso termico trasmesso per irraggiamento e α_{liq} è la diffusività termica del bulk liquido. In equazione 7, $T(z,t)$ assume il valore di T_{col} a z_{irr} . Lungo $z_2 \leq z \leq z_{irr}$, v_f è inferiore rispetto alla

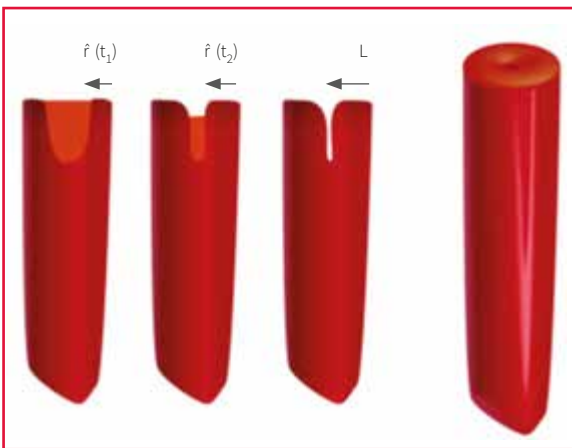


Figura 4 - Illustrazione temporale della formazione del camino

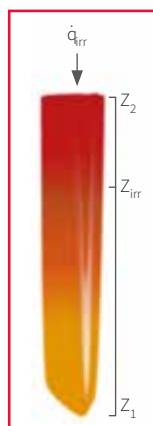


Figura 5 - Illustrazione del campo termico dopo irraggiamento del bulk

propagazione del fronte solido sull'altezza $z_1 \leq z \leq z_{irr}$ (**Fig.5**).

Quanto maggiore è questa differenza, tanto più la geometria della retrazione sarà un paraboloide appiattito, in quanto V_{irr} (volume di bulk interessato dall'irraggiamento) solidificherà in seguito al volume di bulk non esposto a irraggiamento.

Inoltre, per l'incremento di temperatura dovuto a irraggiamento, si verificherà un'espansione di volume della porzione interessata, così calcolabile (**10**):

$$\Delta V = \pi r_0^2 z_{irr} \beta_b (T_{irr} - T_{col}) \quad (8)$$

Qui β_b è il coefficiente di dilatazione cubica del bulk.

Coefficiente di scambio termico convettivo e ogiva

Il raffreddamento dell'ogiva, il quale produce la solidificazione del bulk, avviene tramite convezione forzata esterna (**Fig.6**) (**7**).

La conoscenza del coefficiente convettivo (h) è di primaria importanza per condurre l'analisi della trasmissione del calore. In generale:

$$h = C Re^n Pr^m K_{fl} D^{-1} \quad (9)$$

C è una costante adimensionale, Re è il numero di Reynolds, Pr è il numero di Prandtl, K_{fl} è la conducibilità termica del fluido di raffreddamento e D il diametro medio dell'ogiva.

Nel campo Re di nostro interesse (flusso laminare), per un flusso con linee di corrente trasversali rispetto al cilindro (forma cui approssimiamo l'ogiva, essendo in realtà tronco piramidale), Zukauskas (**4**) propone la seguente equazione:

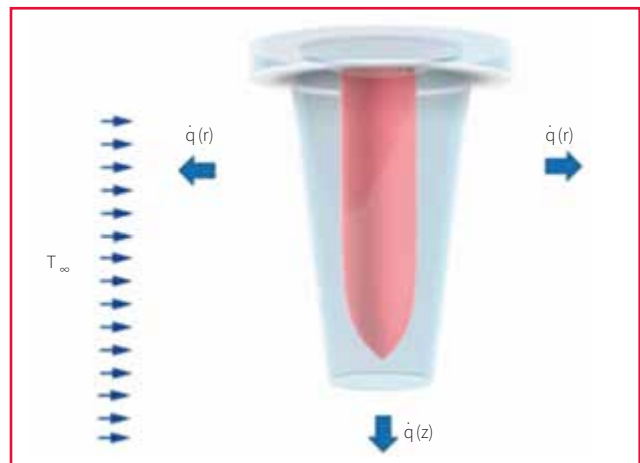


Figura 6 - Illustrazione dell'ogiva sottoposta a convezione forzata con direzioni di trasmissione del calore

$$h_{\infty,Sl} = [0.683Re^{0.466}Pr^{0.33}]K_{fl}D^{-1} \quad \mathbf{10)}$$

Per aumentare la precisione è possibile impiegare la relazione di Churchill e Bernstein (4):

$$h_{\infty,Sl} = \left[0.3 + \frac{0.62Re^{0.5}Pr^{0.33}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr^{0.66}} \right) \right]^{0.25}} \right] K_{fl}D^{-1} \quad \mathbf{11)}$$

Diversamente, il coefficiente di scambio termico convettivo sull'area di base sarà calcolabile considerando la stessa una lastra parallela alle linee di corrente del fluido refrigerante (4), così:

$$h_{\infty,Ab} = [0.664Re^{0.5}Pr^{0.33}]K_{fl}D^{-1} \quad \mathbf{12)}$$

Considerando gli indici n nelle equazioni 10 e 12, osserviamo che, a parità di v_{fl} (velocità del fluido di raffreddamento), $h_{\infty,Ab} > h_{\infty,Sl}$; perciò $v_z > v_p$, almeno finché \hat{z} non diviene maggiore di \hat{r} . Dall'osservazione delle relazioni citate si conclude l'enorme importanza che la velocità del fluido di raffreddamento ha sulla capacità di estrarre calore dallo stampo/ogiva. Una variazione di questo parametro di processo ha un maggior peso rispetto al tentativo di abbattere sempre più la temperatura di raffreddamento.

A causa della scarsa conduttività termica dell'ogiva siliconica, Bi (numero di Biot) è relativamente elevato (11). Questo ci dimostra che il maggior limite a \dot{q} (flusso termico) nel nostro sistema è proprio K_s piuttosto che h , dacché il calore tende ad accumularsi nell'ogiva. Per questa ragione, sebbene sia opportuno efficientare h anche attraverso la scelta della disposizione migliore dei pezzi che percorrono il tunnel di raffreddamento (7), i maggiori sforzi sono indirizzati alla ricerca del materiale di cui è composta l'ogiva, con la finalità di incrementare α_s (diffusività termica dell'ogiva), così da aumentare τ_s (numero di Fourier dell'ogiva). Vieppiù, si consideri che per ottenere \dot{q}_{max} (flusso termico massimo), lo spessore dell'ogiva dovrebbe eguagliare il raggio critico di isolamento (4) senza comprometterne la durata, intesa come il numero di pezzi prodotti da un'ogiva.

Di seguito l'espressione del raggio critico di isolamento:

$$r_{cr} = \frac{h}{K_s} \quad \mathbf{13)}$$

Per i materiali comunemente impiegati oggi, giorno,

il raggio critico di isolamento risulta eccessivamente basso. Inoltre, essendo isolante il materiale costituente l'ogiva, il fattore di temperatura γ è positivo (12), perciò K_s decade con la temperatura durante il raffreddamento, secondo la relazione:

$$K_s = K_{s,0}(1 + \gamma T) \quad \mathbf{14)}$$

Qui $K_{s,0}$ è la conducibilità termica dell'ogiva a 273K e γ è detto fattore di temperatura; dunque \dot{q} è ridotta, di minima intensità, durante il processo.

Il parametro termofisico γ è fra i più rilevanti nella valutazione della durata dell'ogiva; assieme a Bi , $St_{l,s}$ (numero di Stefan del bulk liquido e del solido) e β_s (coefficiente di dilatazione cubica del bulk).

Parametri termofisici del bulk

Al fine di esprimere i parametri termofisici del bulk che intervengono durante il processo di raffreddamento, proponiamo la soluzione di Neumann (13) quale modello semplificato. Le equazioni di seguito riguardano il raffreddamento di un corpo semi-infinito mantenuto a T_w , costante nel tempo, sulla superficie limite.

T_m (temperatura di fusione) è un valore esatto, non un range di temperature, cioè viene raffreddata una sostanza pura, mentre T_0 è la temperatura iniziale. Così avremo per ($x < \hat{x}$):

$$T_{sol}(x,t) = \left\{ T_m + \left[1 - \frac{\text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha_{sol}t}}\right)}{\text{erfc}\left(\frac{\hat{x}_t}{\sqrt{4\alpha_{sol}t}}\right)} \right] \right\} (T_w - T_m) \quad \mathbf{15)}$$

e per ($x > \hat{x}$):

$$T_{liq}(x,t) = \left\{ T_m + \left[1 - \frac{\text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha_{liq}t}}\right)}{\text{erfc}\left(\frac{\hat{x}_t}{\sqrt{4\alpha_{liq}t}}\right)} \right] \right\} (T_0 - T_m) \quad \mathbf{16)}$$

Dove con x si intende la coordinata cartesiana, mentre \hat{x} è la posizione del fronte solido/liquido nello stesso sistema spaziale di riferimento.

Le relazioni di sopra descrivono α_{sol} e α_{liq} come i due parametri caratteristici del bulk capaci di influenzare il tempo di raffreddamento. Ora, espandendo α come segue,

$$\alpha = \frac{K}{\rho c_p} \quad \mathbf{17)}$$

osserviamo quali sono i seguenti parametri da considerarsi variabili, in maniera più o meno consistente, con la

temperatura: K_{sol} ; K_{liq} ; ρ_{sol} ; ρ_{liq} ; $c_{p(sol)}$; $c_{p(liq)}$.

La densità è facilmente e comunemente misurabile.

Per la misurazione dei calori specifici esiste una metodica

che contempla l'uso della DSC (14), mentre per quel che riguarda la conducibilità termica sono disponibili differenti strumentazioni e metodi (15).

Sebbene sia possibile misurare i parametri suddetti, è importante, soprattutto in fase di formulazione, avere un'idea coerente di come le materie prime impiegate possono facilitare o complicare il processo di raffreddamento.

In generale, riguardo i liquidi, si ha che la conducibilità termica è inversamente proporzionale alla massa molare (4) e, per i fluidi organici, alla temperatura (16).

Inoltre, in linea generale, i modelli computazionali disponibili trovano una correlazione positiva fra polarità dei gruppi chimici delle molecole e conduttività termica, per molti composti (17). Riguardo le cere impiegate, sarà importante considerare il coefficiente di dilatazione cubica delle stesse, laddove per le polveri (pigmenti e filler) andrà considerata, volta per volta, la natura chimica del materiale (16).

Oltre alla capacità di trasferire calore per conduzione, piuttosto che accumularlo, è intuitivo riconoscere che l'entalpia di solidificazione del bulk gioca un ruolo centrale nella previsione della velocità di raffreddamento (18), essendo, di fatto, la maggiore e necessaria quantità di calore da estrarre, diversamente dai calori sensibili. Questo aspetto, completato da una variabile processuale, è ben descritto dal numero di Stefan (19) per il bulk liquido:

$$St_l = \frac{c_p(liq)(T_{col} - T_{on,c})}{\Delta H_f} \quad (18)$$

mentre per il bulk solido:

$$St_s = \frac{c_p(sol)(T_{off,c} - T_{ext})}{\Delta H_f} \quad (19)$$

Dove ΔH_f è l'entalpia di fusione, $T_{on,c}$ è la temperatura di inizio cristallizzazione e T_{ext} è la temperatura cui viene estratto lo stick.

Soluzione numerica

Tra i maggiori crucci afferenti l'industrializzazione e la produzione di rossetti, vi è la stima del tempo necessario alla solidificazione nei vari punti del volume del bulk.

Considerando la complessità del problema di trasmissione del calore, ogni soluzione approssimata rivolta al calcolo del tempo necessario alla solidificazione del bulk risulta molto lontana dalla realtà. Inoltre, pur approssimando la geometria del pezzo sottoposto a raffreddamento a un cilindro circolare, si otterrebbe una soluzione analitica estremamente laboriosa (20). L'unica maniera ragionevole affinché sia resa sistematica la simulazione del processo di raffreddamento per ciascun bulk è a mezzo di un modello computazionale che sfrutti una soluzione numerica (21).

La soluzione più impiegata (*Finite Difference Method*, FDM) è fondata sulla trasformazione delle equazioni differenziali che governano il processo in equazioni algebriche, sostituendo le derivate con differenze esatte, cioè ∂r e ∂z divengono Δr e Δz , mentre ∂t risulta Δt . Lo spazio è dunque rappresentato da un insieme di punti, detti nodi, cui vengono attribuite le coordinate (r, z), aventi una temperatura $T_{r,z}$, fra loro distanziati di una lunghezza Δr rispetto un'asse e Δz rispetto all'altro. In questa maniera, nel caso sopra descritto, i nodi individuano una griglia rettangolare e per ciascun nodo viene calcolata la temperatura ai vari step temporali ($t_i = i\Delta t$) (22), cioè $T_{r,z}^i$.

Le geometrie considerate sono disegnate su programmi informatici appropriati e importate sul software, il quale esprimerà la soluzione numerica. Si tratta, insomma, di rappresentare il campo termico variante nel tempo, fino allo step in cui ciascuna temperatura dei centri nodali è inferiore di $T_{off,c}$.

I passaggi sono i seguenti: l'impostazione delle equazioni differenziali che governano il fenomeno di trasmissione del calore, le condizioni di contorno implicate e la situazione iniziale (23).

Di seguito riportiamo l'impostazione della soluzione numerica riguardante il raffreddamento di un rossetto impiegando il metodo entalpico (24).

Le equazioni differenziali che governano il processo sono per l'ogiva:

$$\rho_s c p_s \frac{\partial T}{\partial t} = K_s \left[\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (20)$$

per il bulk:

$$\rho_b \frac{\partial h_b}{\partial t} = K_b \left[\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (21)$$

dove h_b è l'entalpia del bulk.

Le condizioni di contorno sono, all'interfaccia ogiva/bulk, lungo il raggio:

$$-K_b \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = -K_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} \quad (22)$$

mentre sull'asse z sarà:

$$-K_b \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_1} = -K_s \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_1} \quad (23)$$

Sulla superficie esterna dell'ogiva, lungo il raggio:

$$-K_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = h_{sl} [T_s - T_{\infty}] \quad (24)$$

E per l'asse z:

$$-K_s \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_{Ab} [T_s - T_{\infty}] \quad (25)$$

Il pelo libero di liquido è sottoposto a irraggiamento per un certo $t_{irr} = j_{irr} \Delta t$, da cui:

$$\dot{q}_{irr} = -K_b \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_2} \quad (26)$$

mentre a fine irraggiamento sarà isolata, così:

$$\dot{q}_{irr} = 0 \quad (27)$$

Le condizioni iniziali sono:

$$T_b = T_{col} \quad (28)$$

e

$$T_s = T_{off,c} \quad (29)$$

Considerando la variazione di entalpia del bulk, h_b in equazione 21 sarà

$$\begin{cases} h_b = cp_{(sol)}T \\ h_b = cp_{in}T + \Delta H_f SFC_E \\ h_b = cp_{liq}T + \Delta H_f + cp_{in}(T_{liq} - T_{sol}) \end{cases} \begin{cases} T \leq T_{off,c} \\ T_{sol} \leq T \leq T_{liq} \\ T \geq T_{on,c} \end{cases} \quad (30)$$

dove

$$cp_{in} = cp_{sol} SFC_E + cp_{liq} (1 - SFC_E)$$

è il calore specifico dell'interfaccia solido/liquido e

$$SFC_E = \frac{\int_{T_{on,c}}^T EdT}{\int_{T_{off,c}}^{T_{on,c}} EdT} \quad (31)$$

è il *Solid Fat Content* (SFC) nell'infinitesimo range dT ed E è l'energia somministrata in questo intervallo.

Le equazioni 20 e 21 relazionano la variazione di temperatura nel tempo rispetto gli assi per l'ogiva e per il bulk, con la variazione di entalpia di quest'ultimo. Poiché la solidificazione del bulk non è isoterma, bensì avviene in un range di temperature, l'equazione 30 permette di calcolare il SFC con buona approssimazione, durante il passaggio di stato dei componenti i-esimi. Il maggior problema di questo approccio è che attribuisce la medesima ΔH_f per ciascun componente i-esimo che solidifica (25). Per una maggiore accuratezza, il SFC a differenti temperature può essere calcolato tramite pulsed-NMR (26,27), mentre le condizioni in equazioni 22 e 23 manifestano il passaggio da un materiale all'altro di calore per conduzione (dal bulk all'ogiva); il raffreddamento dell'ogiva attraverso convezione forzata è descritto nelle equazioni 24 e 25. L'equazione 26 esprime l'irraggiamento cui è sottoposto il pelo libero del bulk per un certo tempo, trascorso il quale possiamo considerare isolata la superficie previa esposta (equazione 27).

Un'ulteriore espansione di questa applicazione consentirebbe di calcolare il campo termico variabile nel tempo dell'ogiva sottoposta a preriscaldamento. Metodi più sofisticati (*Variable Grid Method*)

(23) possono considerare, inoltre, l'espansione e la contrazione del bulk partendo da β_b .

Poiché all'aumentare di $\Delta T/\Delta t$ decresce $T_{on,c}$ e ΔH_f (28), è da considerare la specificità di ciascun bulk, con la propria isteresi termica, in ragione dei componenti sottoposti a cristallizzazione.

Conclusioni

Analizzare la transizione di temperatura nello spazio e nel tempo durante il processo di raffreddamento, specie se in ragione delle materie prime impiegate, conduce a incrementi di produttività e migliora la qualità estetica, sia visiva che tattile, del rossetto. Scorporare il binomio costituito da formulazione e produzione è un errore di sostanza che avvia continue criticità.

L'applicazione in ambito cosmetico di Industria 4.0 trova anche luogo nella possibilità di simulare momenti processuali parecchio incisivi, attraverso software connessi alle macchine produttive capaci di applicare una soluzione numerica al trasferimento di calore.

Bibliografia

1. Giovanni Graziadei (2004) Gestione della produzione industriale. Strumenti e applicazioni per il miglioramento delle performance. Ulrico Hoepli Editore, Milano.
2. Bergman TL, Lavine AS, Incropera FP *et al* (2011) Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
3. Crank J (1984) Free and moving boundary problems. Clarendon Press, Oxford.
4. Çengel YA (2013) Termodinamica e trasmissione del calore. Mc Graw-Hill Education, New York.
5. Marangoni AG, Garti N (2018) Edible Oleogels. Structure and Health Implications. Academic Press and AOCS Press, London.
6. Taylor S (2002) Advances in Food and Nutrition Research, Volume 44. Academic Press, London.
7. Çengel YA (2003) Heat Transfer. A practical approach. Mc Graw Hill, New York.

8. Mahdi FM, Aslan SR, Ali MH (2016) Numerical Simulation of Heat Transfer during Solidification of Al–Cu Alloy Ingots Cast in a Cylindrical Mold for Different Conditions. *IJTEE* 13(1):59-66
9. Kessler DP, Greenkorn RA (1999) *Momentum, Heat, and Mass Transfer Fundamentals*. Marcel Dekker, New York.
10. Mazzoldi P, Nigro M, Voci C (2008) *Elementi di fisica. Meccanica e termodinamica*. EdISES, Napoli.
11. Annaratone D (2011) *Transient Heat Transfer*. Springer-Verlag, Berlin.
12. Carslaw HS, Jaeger JG (1959) *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, Oxford.
13. Glicksman ME (2011) *Principles of solidification. An Introduction to Modern Casting and Crystal Growth Concepts*. Springer, New York.
14. ASTM E1269 Specific Heat Capacity by Differential Scanning Calorimeter. Annual Book of ASTM Standards, Vol. 14.02.
15. Tritt TM (2004) *Thermal conductivity: theory, properties, and applications*. Springer US, New York.
16. Yaws CL (1999) *Chemical Properties Handbook*. McGraw-Hill Education, New York.
17. Di Nicola G, Ciarrocchi E, Pierantozzi M *et al* (2014) A new equation for the thermal conductivity of organic compounds. *J Therm Anal Calorim* 116:135-140
18. Stefanescu D (2015) *Science and Engineering of Casting Solidification*. Springer International Publishing, Switzerland.
19. Hu H, Argyropoulos SA (1996) Mathematical modelling of solidification and melting: a review. *Modelling Simul Mater Sci Eng* 4(4):371-396
20. Feltham DL, Garside J (2001) Analytical and numerical solutions describing the inward solidification of a binary melt. *Chem Eng Sci* 56(7):2357-2370
21. Thirumaleshwar M (2013) *Software Solutions to Problems on Heat Transfer. Conduction – Part III. Numerical methods in heat conduction*. Dr. M. Thirumaleshwar & bookbon.com
22. Minkowycz WJ, Sparrow EM, Murthy JY (2006) *Handbook of numerical heat transfer*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
23. Sultana KR, Dehghani SR, Pope K *et al* (2018) Numerical techniques for solving solidification and melting phase change problems. *Numer Heat Transf Part B: Fundamentals* 73(3):129-145
24. Yanniotis S, Sundén B (2007) *Heat Transfer in Food Processing*. WIT Press, Ashurst, UK.
25. Márquez AL, Pérez MP, Wagner JR (2013) Solid Fat Content Estimation by Differential Scanning Calorimetry: Prior Treatment and Proposed Correction. *J Am Oil Chem Soc* 90:467-473
26. AOCS Official method Cd 16b-93. Revised 2017. Solid Fat Content (SFC) by Low-Resolution Nuclea Magnetic resonance, direct method.
27. AOCS Official method Cd 16-81. Reapproved 2017. Solid Fat Content (SFC) by Low-Resolution Nuclea Magnetic resonance, indirect method.
28. Tewkesbury H, Stapley AGF, Fryer P (2000) Modelling temperature distributions in cooling chocolate moulds. *Chem Eng Sci* 55:3123-3132